

# Modul Praktikum **OPTIMASI**

Ir. Moehamad Aman, MT.



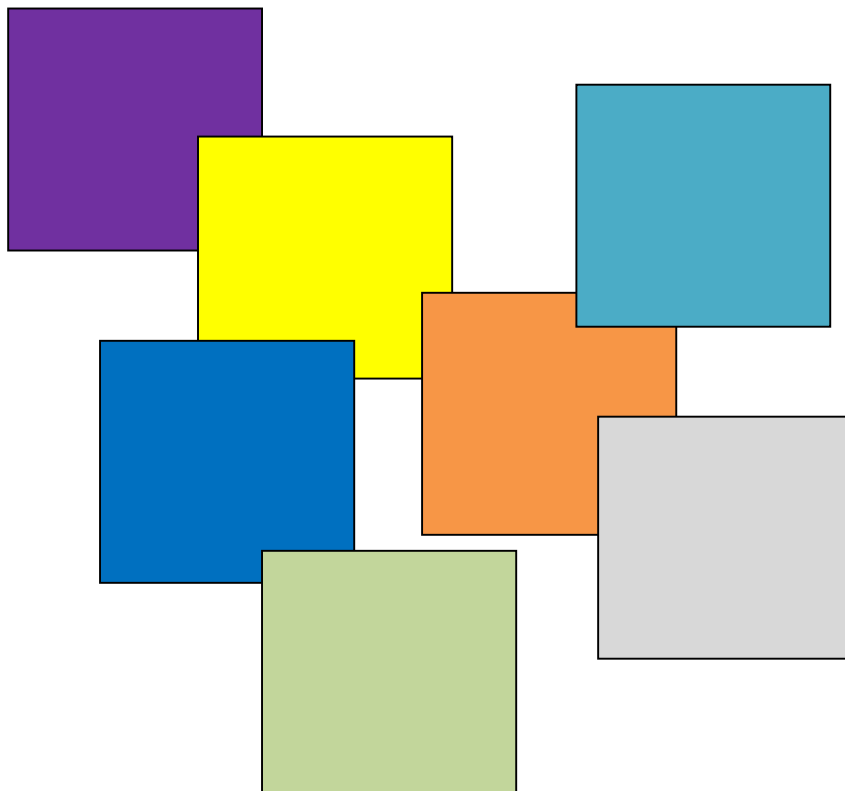
Program Studi Teknik Industri  
Fakultas Teknik  
2017

# Modul Praktikum

# OPTIMASI

Dengan POM-QM for Windows V3

**Ir. Moehamad Aman, MT.**



## KATA PENGANTAR

Assalamualaikum wr. wb

Alhamdulillah, Modul Praktikum Optimasi telah selesai disusun sebagai pedoman pelaksanaan Praktikum Optimasi. Modul Ini berisi 3 sub modul, yaitu: *Linear Programming*, *Transportation*, dan *Project Scheduling* yang dikerjakan dengan software POM-QM.

POM-QM adalah software untuk manajemen produksi / operasi, metode kuantitatif, ilmu manajemen, dan riset operasi. Dalam versi baru Windows, POM untuk Windows, QM untuk Windows dan DS untuk Windows telah digabungkan menjadi satu produk fleksibel - POM-QM untuk Windows. Software ini dapat diatur untuk menampilkan modul POM, modul QM atau modul POM dan QM.

Semoga modul ini mampu memberikan panduan bagi mahasiswa Teknik Industri Universitas Muhammadiyah Magelang dalam upaya meraih Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK).

Wassalamualaikum wr. wb.

Magelang, Februari 2017

Penyusun,



Ir. Moehamad Aman, MT.



## DAFTAR ISI

<b>Judul Modul</b>	<b>Halaman</b>
<i>Linear Programming</i>	1
<i>Transportation</i>	7
<i>Project Scheduling</i>	13



## MODUL 1

### *LINEAR PROGRAMMING*

Tahapan yang paling kritis dalam linear programming adalah memformulasikan model matematisnya. Tahapan ini yang mencakup identifikasi hal-hal yang terkait dengan tujuan dan batasan yang membatasi tujuan tersebut.

#### *Review Problem*

Manajer Diva adalah seorang manajer di perusahaan penghasil kerajinan tangan. Perusahaannya mempekerjakan pengrajin untuk memproduksi piring dan gelas dengan desain Bali. Sumber daya utama yang digunakan adalah tanah liat dan tenaga kerja. Atas keterbatasan sumberdaya manajer Diva ingin mengetahui berapa banyak piring dan gelas yang akan diproduksi setiap hari agar diperoleh laba maksimal berdasarkan data kebutuhan sumber daya yang disajikan dalam Tabel.

Tabel Kebutuhan dan Persediaan Sumberdaya Produksi Piring dan Gelas

Produk	Waktu Produksi per Unit (jam)	Jumlah Tanah Liat per Unit (pon)	Laba per Unit (satuan mata uang)
Piring	1	4	80
Gelas	2	3	100
Persediaan per hari	40	120	

Dari data Tabel 1 maka diperoleh formulasi model matematis Linear Programming sebagai berikut:

1. Variabel keputusan

$X_1$  = jumlah piring yang dapat diproduksi setiap hari

$X_2$  = jumlah gelas yang dapat diproduksi setiap hari

2. Fungsi Tujuan

Maksimumkan  $Z = 80x_1 + 100x_2$

3. Fungsi kendala

a. Waktu produksi piring  $x_1 + 2x_2 \leq 40$

b. Jumlah tanah liat  $4x_1 + 3x_2 \leq 120$

c. Non negative  $x_1, x_2 \geq 0$

#### Penyelesaian Model Linear Programming

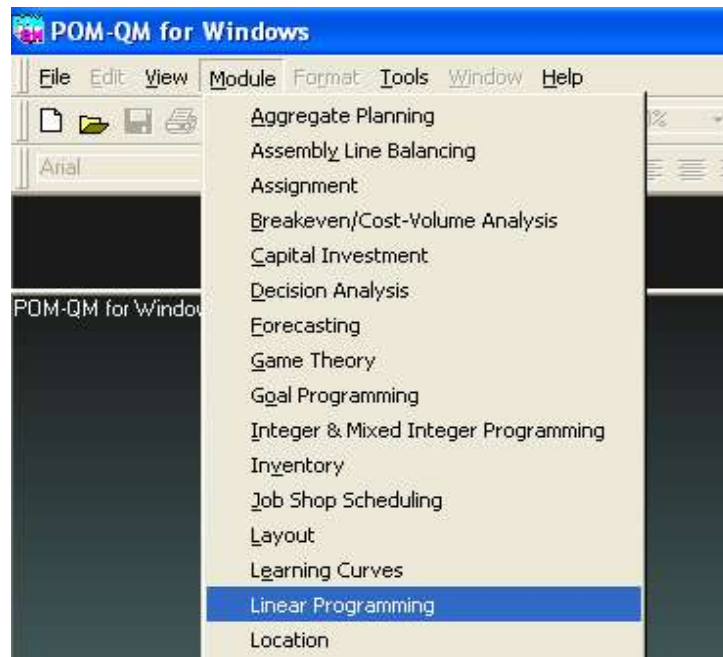
Setelah formulasi model LP diselesaikan, maka tahapan selanjutnya adalah mencari solusi dari model LP, yaitu menentukan nilai variabel keputusan yang terdapat dalam model LP.

Ada dua metode yang digunakan untuk mencari solusi model LP, yaitu Metode Grafik untuk 2 (dua) variabel keputusan dan Tabel Simpleks untuk 2 (dua) variabel keputusan atau lebih.

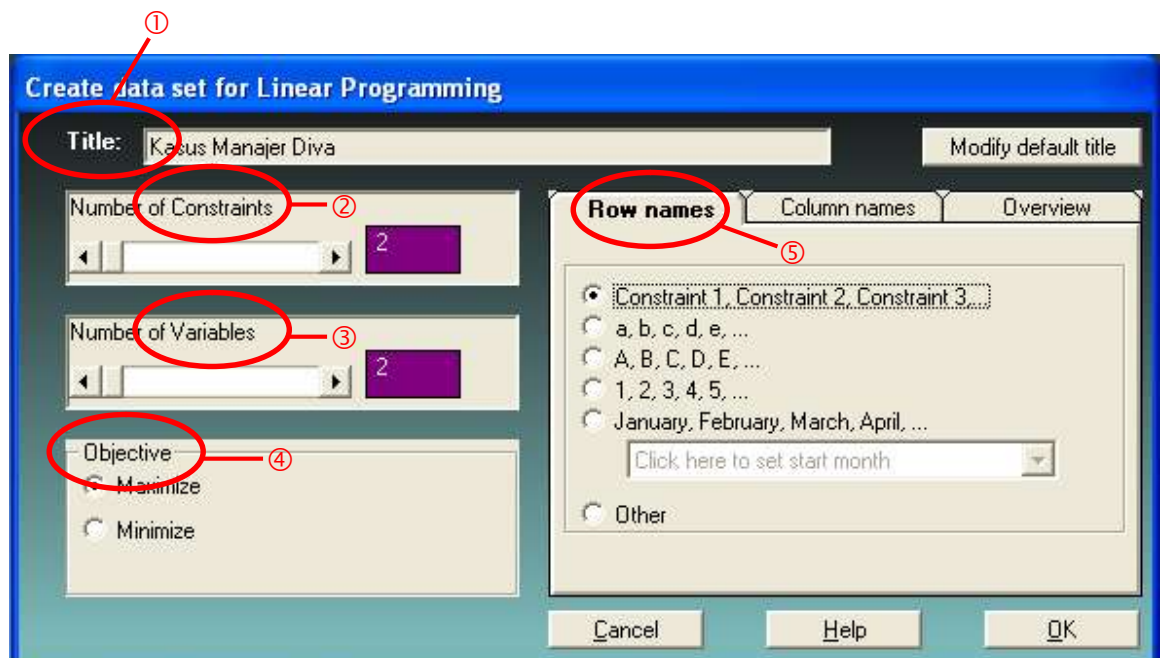


Proses Penyelesaian dengan bantuan Aplikasi POM for Window

Klik **Module > Linear Programming**



- a. Klik **New**, maka akan tampak tampilan sebagai berikut dan isikan data set model LP yang akan dicari solusinya, yang terdiri dari:

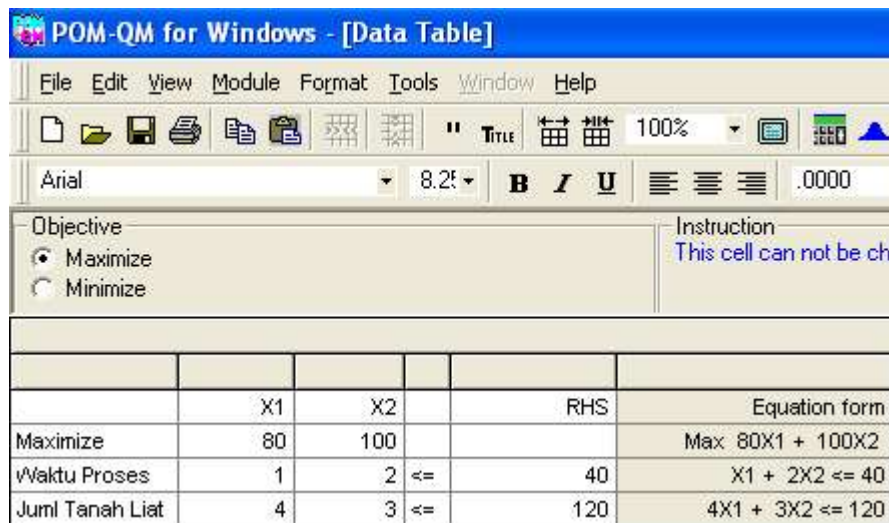


- |                                    |  |
|------------------------------------|--|
| ① Nama masalah                     | : Kasus Manajer Diva                     |
| ② Jumlah batasan masalah           | : 2 (waktu proses dan jumlah tanah liat) |
| ③ Jumlah variabel keputusan        | : 2 ( $x_1$ dan $x_2$ )                  |
| ④ Fungsi Tujuan yang ingin dicapai | : Maximize                               |
| ⑤ Nama variabel batasan            | : Constraint 1 dan Constraint 2          |

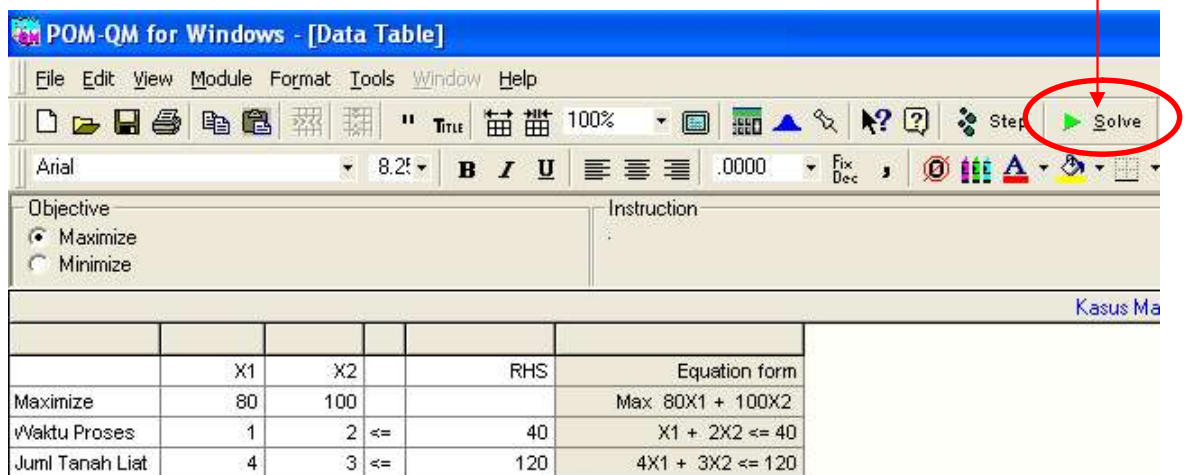
Setelah selesai pengisian data set, klik **OK**



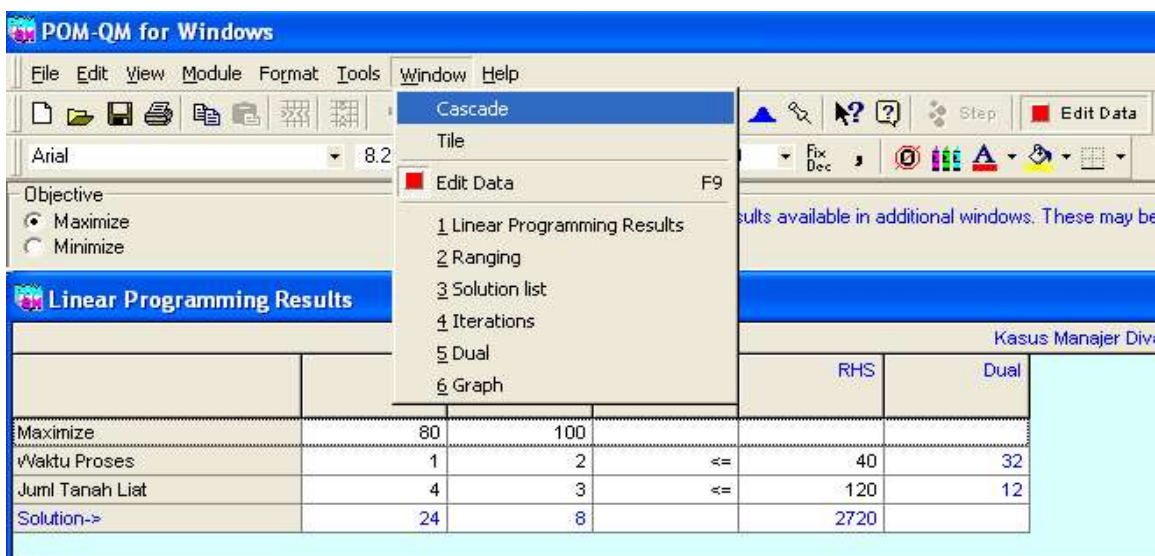
b. Selanjutnya, isikan nilai setiap data pada lembar kerja LP hasil pengisian data set.



c. Setelah selesai pengisian nilai setiap data, klik **Solve**.

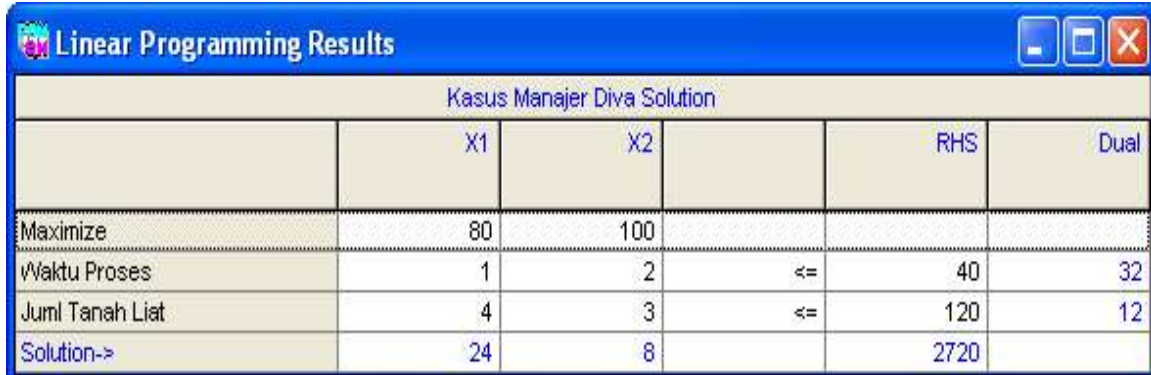


d. Solusi model LP akan langsung ditampilkan seperti berikut:



Ada 6 (enam) tampilan solusi yang dapat diakses melalui menu Window, yaitu:

### 1 Linear Programming Results



Kasus Manajer Diva Solution					
	X1	X2		RHS	Dual
Maximize	80	100			
waktu Proses	1	2	<=	40	32
Juml Tanah Liat	4	3	<=	120	12
Solution->	24	8		2720	

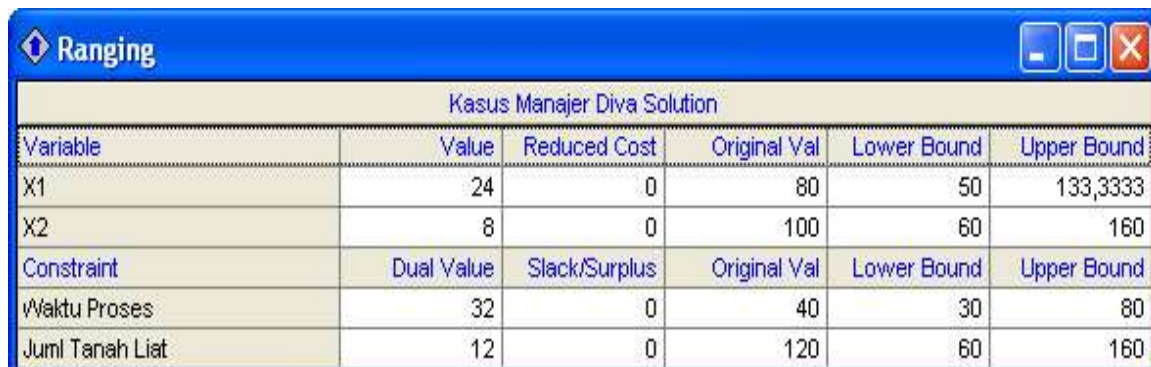
Dari Linear Programming Results ditunjukkan hasil perhitungan kombinasi optimal yang memaksimumkan laba untuk model LP kasus Manajer Diva adalah

Jumlah piring ( $x_1$ ) yang diproduksi = 24 unit

Jumlah gelas ( $x_2$ ) yang diproduksi = 8 unit

Laba maksimum ( $Z_{maks}$ ) = 2720 satuan mata uang

### 2 Ranging



Kasus Manajer Diva Solution					
Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	24	0	80	50	133,3333
X2	8	0	100	60	160
Constraint	Dual Value	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
waktu Proses	32	0	40	30	80
Juml Tanah Liat	12	0	120	60	160

### 3 Solution list



Kasus Manajer Diva Solution		
Variable	Status	Value
X1	Basic	24
X2	Basic	8
slack 1	NONBasic	0
slack 2	NONBasic	0
Optimal Value (Z)		2720





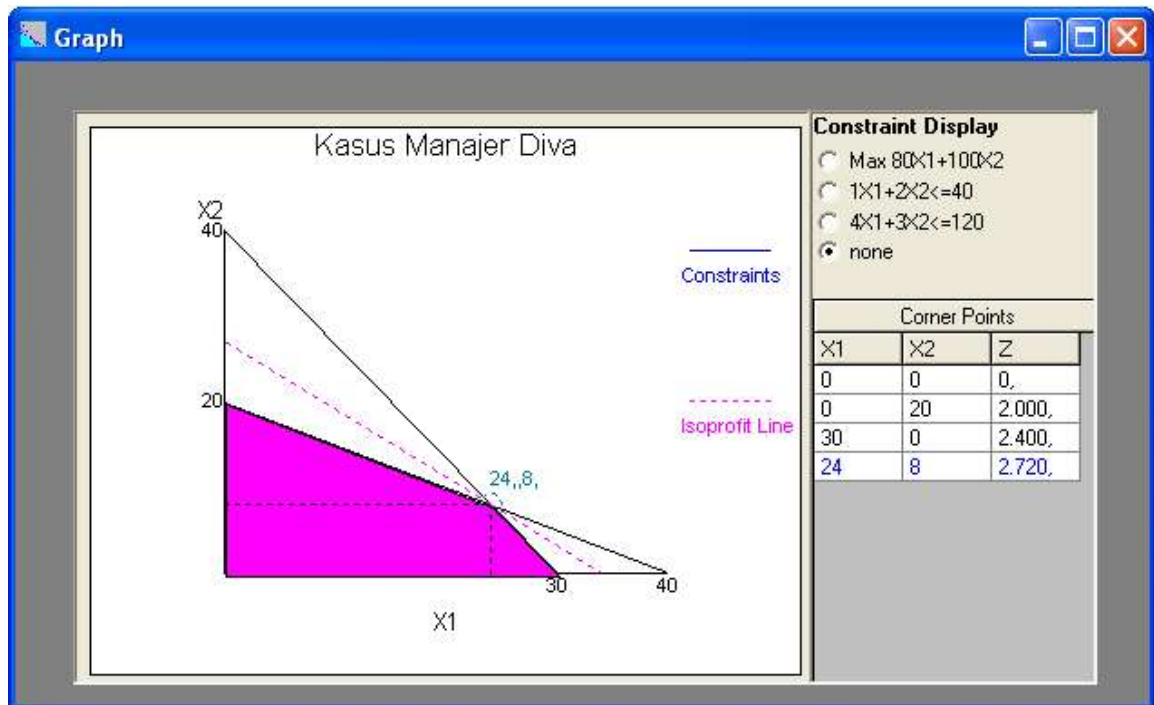
4 Iterations

Kasus Manajer Diva Solution						
Cj	Basic Variables	80 X1	100 X2	0 slack 1	0 slack 2	Quantity
<b>Iteration 1</b>						
	cj-zj	80	100	0	0	
0	slack 1	1	2	1	0	40
0	slack 2	4	3	0	-1	120
<b>Iteration 2</b>						
	cj-zj	30	0	-50	0	
100	X2	0,5	1	0,5	0	20
0	slack 2	2,5	0	-1,5	1	60
<b>Iteration 3</b>						
	cj-zj	0	0	-32	-12	
100	X2	0	1	0,8	-0,2	8
80	X1	1	0	-0,6	0,4	24

5 Dual

Kasus Manajer Diva Solution					
<b>Original Problem</b>					
Maximize	X1	X2			
Waktu Proses	1	2	<=		40
Juml Tanah Liat	4	3	<=		120
<b>Dual Problem</b>					
	Waktu Proses	Juml Tanah Liat			
Minimize	40	120			
X1	1	4	>=		80
X2	2	3	>=		100



6 Graph (hanya untuk dua variabel keputusan)

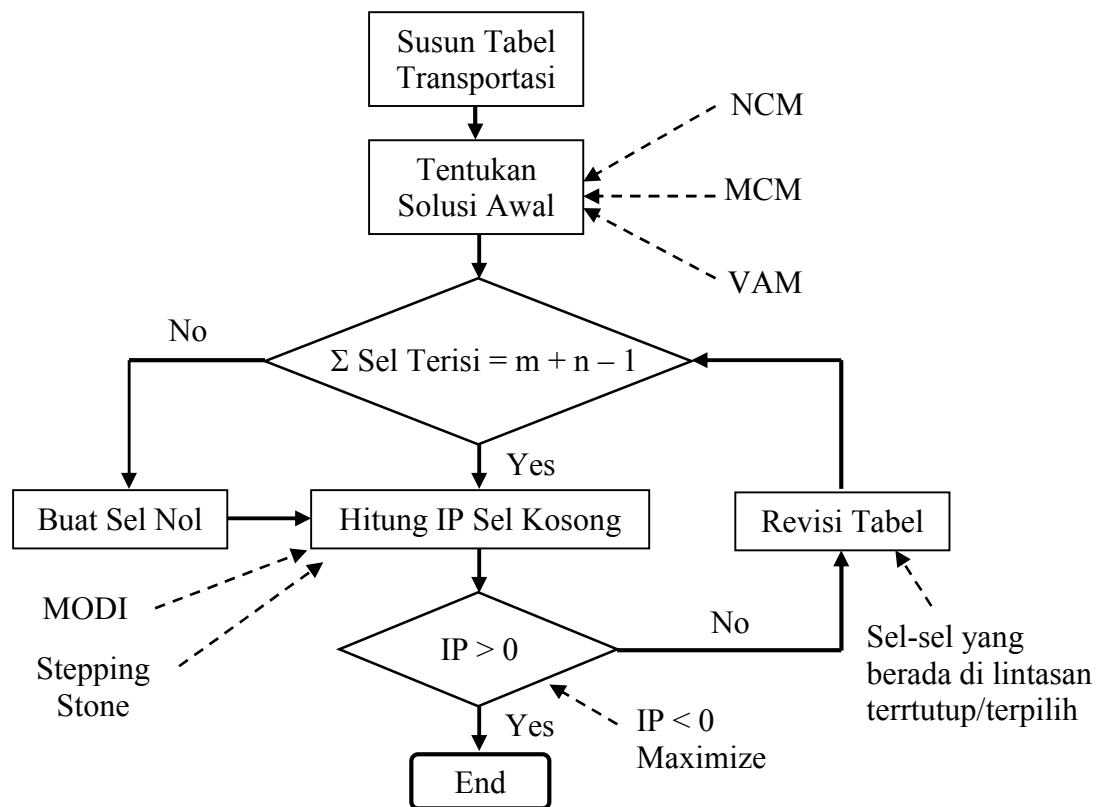
\*) **Catatan:** untuk mengubah/mengedit data set, klik Edit Data atau tekan F9



## MODUL 2 TRANSPORTATION

Model Transportasi merupakan aplikasi dari program total integer. Proses untuk menemukan solusi optimal sebagaimana halnya dengan linear programming dimulai dengan menentukan solusi awalnya. Metode solusi awal diantaranya adalah:

1. *Northwest Corner Method (NCM)*
2. *Minimum Cost Method (MCM)*
3. *Vogel's Approximation Method (VAM)*



keterangan:

- m : jumlah baris
- n : jumlah kolom
- IP : indeks perbaikan

Gambar Proses Menuju Solusi Optimal



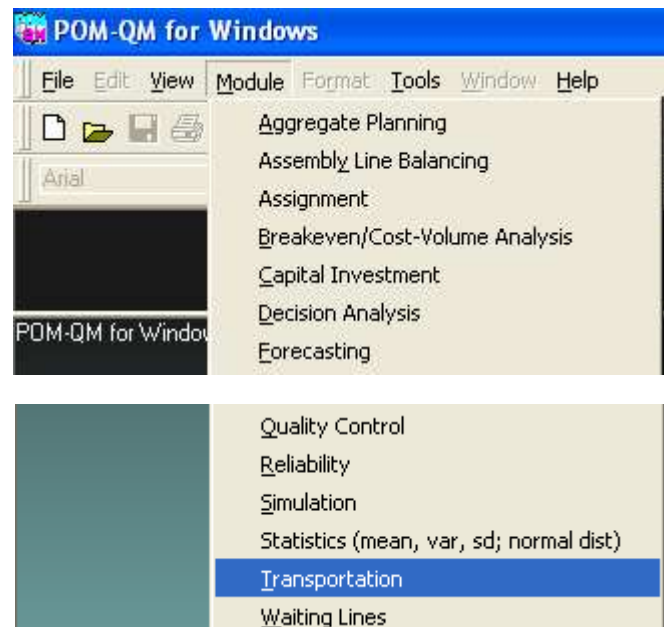
**Review Problem**

PT XYZ memiliki tiga pabrik (1, 2, 3) dan memiliki tiga daerah gudang pemasaran (A, B, C) dengan alokasi biaya pengiriman seperti terlihat pada Tabel 2. Tentukan solusi optimal berkenaan dengan pengiriman hasil produksi PT XYZ ke gudang pemasarannya.

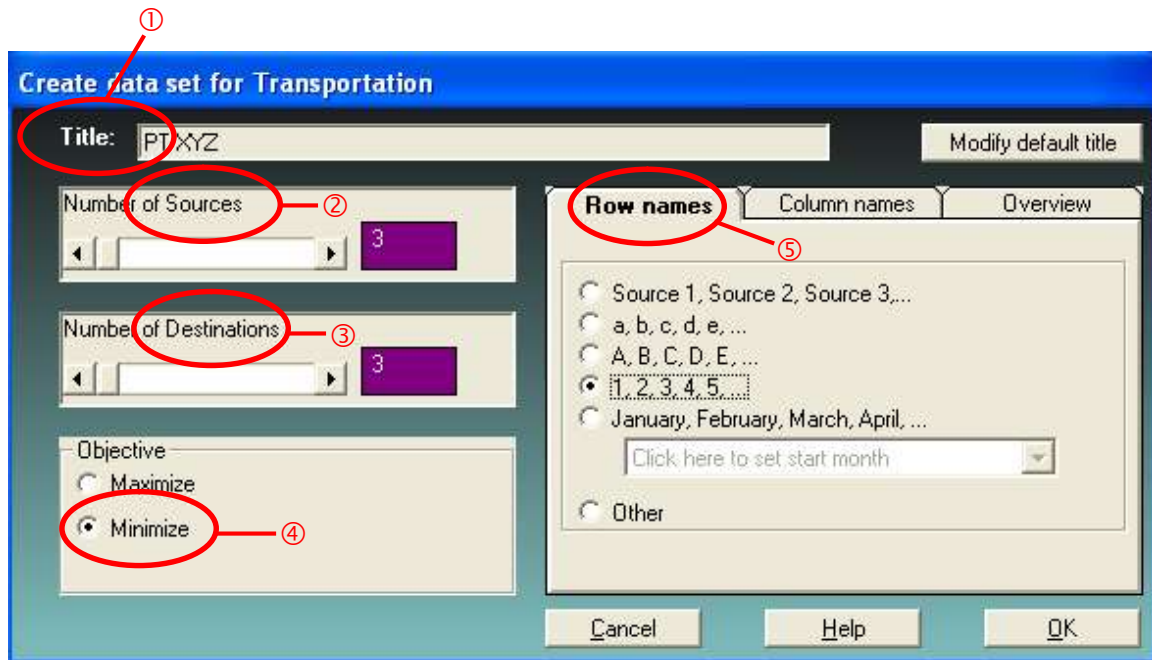
Dari \ Ke	A	B	C	Kapasitas
1	6	8	10	150
2	7	11	11	175
3	4	5	12	275
Kebutuhan	200	100	300	

Proses Penyelesaian dengan bantuan Aplikasi POM for Windows

a. Klik **Module > Transportation**



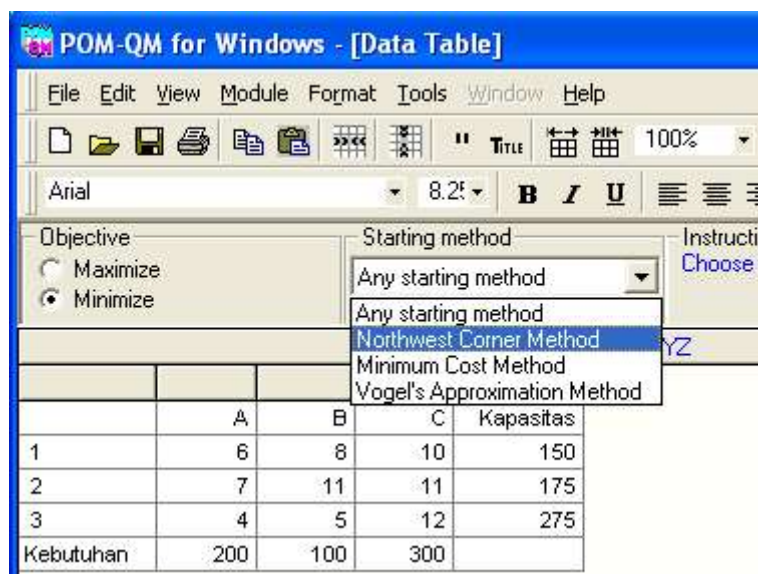
- b. Klik **New**, maka akan tampak tampilan sebagai berikut dan isikan data set model Transportation yang akan dicari solusinya, yang terdiri dari:



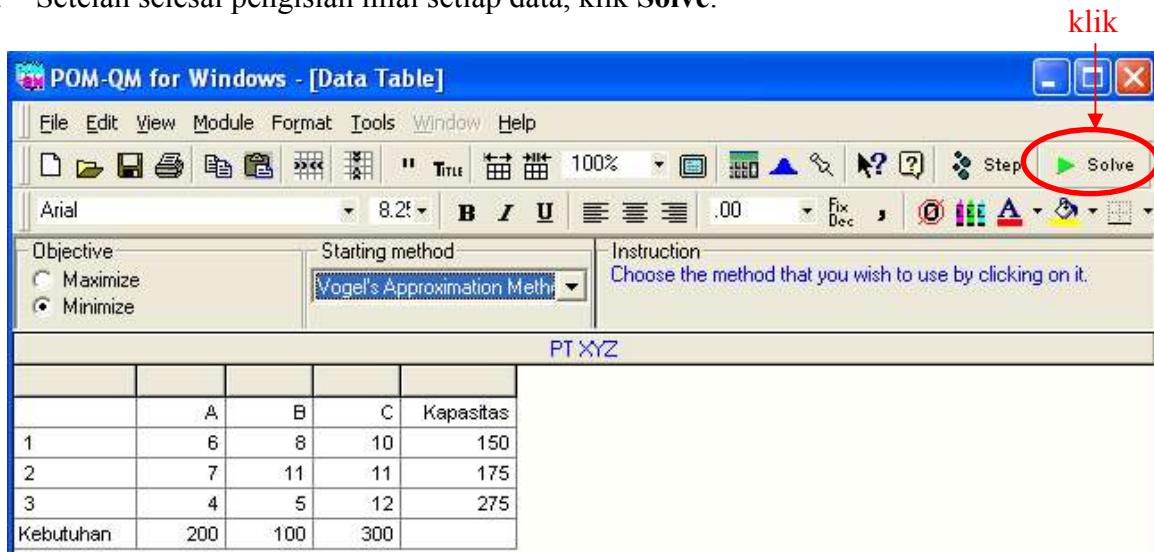
- ① Nama masalah : PT XYZ
- ② Jumlah sumber : 3 (pabrik 1, 2, 3)
- ③ Jumlah tujuan distribusi : 3 (gudang A, B, C)
- ④ Fungsi Tujuan yang ingin dicapai : Minimize
- ⑤ Nama sumberdaya : 1, 2, 3

Setelah selesai pengisian data set, klik OK

- c. Selanjutnya, isikan nilai setiap data pada lembar kerja Transportation hasil pengisian data set dan pilih metode solusi awal yang akan digunakan pada bagian **Starting method**.

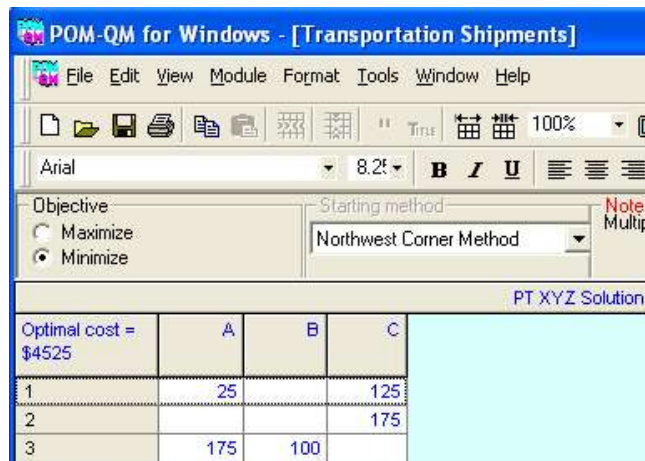


- d. Setelah selesai pengisian nilai setiap data, klik **Solve**.

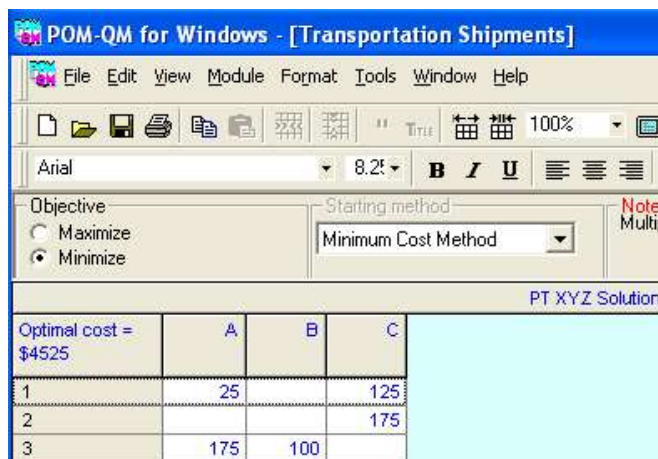


- e. Solusi model Transportation (dalam hal ini adalah solusi optimal) akan langsung ditampilkan seperti berikut:

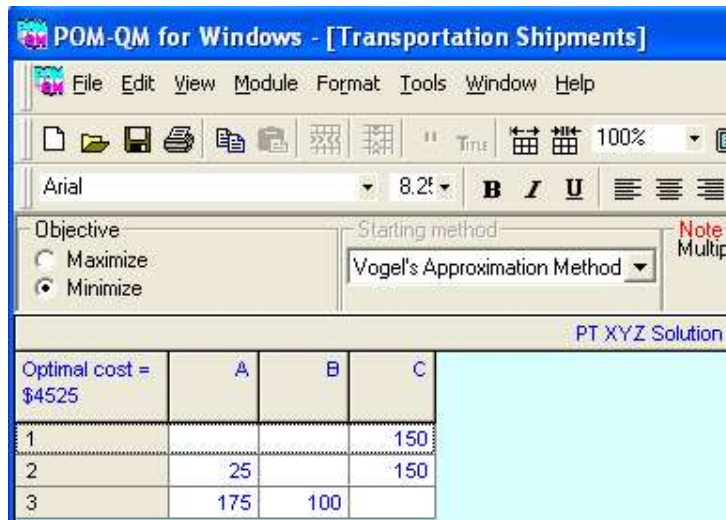
Metode Northwest Corner



Metode Minimal Cost

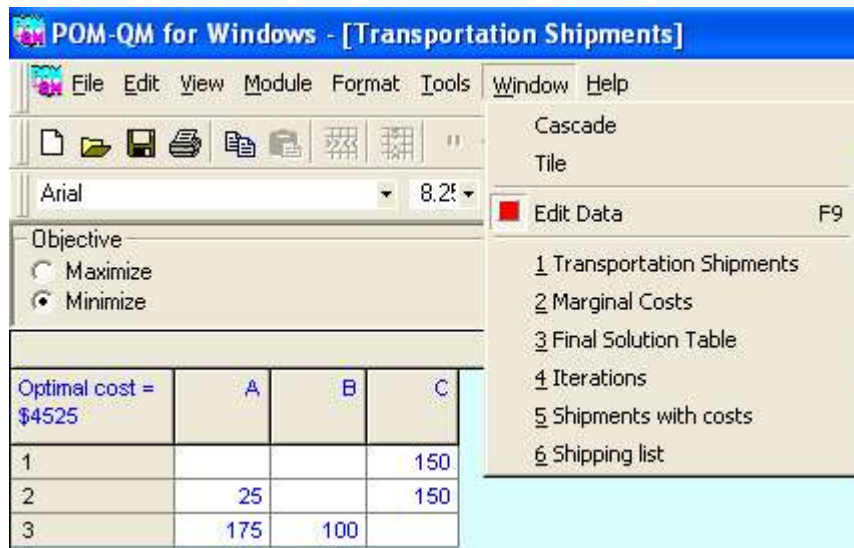


Metode VAM



Ada 6 (enam) tampilan solusi yang dapat diakses melalui menu Window, yaitu:

1 Transportation Shipments



2 Marginal Cost

PT XYZ Solution			
	A	B	C
1	0	1	
2		3	
3			4



3 Final Solution Tabel

PT XYZ Solution			
	A	B	C
1	[0]	[1]	150
2	25	[3]	150
3	175	100	[4]

4 Iterations dengan MODI

PT XYZ Solution			
	A	B	C
Iteration 1			
1	(4)	(5)	150
2	175	(3)	(-4)
3	25	100	150
Iteration 2			
1	(0)	(1)	150
2	25	(3)	150
3	175	100	(4)

5 Shipments with costs

PT XYZ Solution			
	A	B	C
1	25/\$175	100/\$500	150/\$1500
2	25/\$175		150/\$1650
3	175/\$700	100/\$500	

6 Shipping list

PT XYZ Solution				
From	To	Shipment	Cost per unit	Shipment cost
1	C	150	10	1500
2	A	25	7	175
2	C	150	11	1650
3	A	175	4	700
3	B	100	5	500





## MODUL 3

### ***PROJECT SCHEDULING***

Berdasarkan karakteristik waktu yang bersifat uncertainty, maka **Analisis Project Evaluation and Review Technique (PERT)** dilakukan guna mengetahui probabilitas proyek dapat diselesaikan dalam waktu tertentu. Perbedaan antara analisis PERT dan CPM adalah bahwa analisis PERT menggunakan tiga perkiraan waktu untuk setiap aktivitasnya, yaitu *optimistic* ( $t_o$ ), *most likely* ( $t_m$ ), dan *pessimistic* ( $t_p$ ). Hal ini dilakukan dengan terlebih dahulu melakukan analisis CPM untuk mengenali lintasan kritisnya melalui rumus :

$$t_e = (t_o + 4t_m + t_p)/6$$

**Analisis Critical Path Method (CPM)** merupakan suatu kajian yang berhubungan dengan percepatan penyelesaian proyek, misalnya dari 36 satuan waktu menjadi 28 satuan waktu dengan menentukan aktivitas-aktivitas tertentu yang dapat dipercepat waktu penyelesaiannya dan total biaya akselerasinya minimum. Percepatan penyelesaian proyek secara manual dapat dilakukan dengan terlebih dahulu diketahui lintasan kritis jaringan proyeknya. Lintasan kritis adalah lintasan yang melalui aktivitas-aktivitas dengan nilai variabel slack sama dengan nol dan lintasan yang memiliki durasi waktu paling lama. Indikator yang digunakan untuk mengetahui lintasan kritis adalah menggunakan variabel slack atau kesenjangan waktu aktivitas yang dihitung melalui rumus :

$$S_{ij} = LT_j - ET_i - t_{ij}$$

Pada kasus tertentu, lintasan kritis bias lebih dari satu lintasan, maka pertimbangan biaya akselerasi per satuan waktu menjadi relevan untuk dijadikan pertimbangan guna menentukan aktivitas yang akan diakselerasi.

#### ***Review Problem***

##### **1. Analisis PERT**

Bank swasta terbesar di Jakarta berencana untuk menginstal system komputerisasi rekening yang baru. Manajemen telah mengidentifikasi rangkaian kegiatan dan estimasi waktu (minggu) yang disajikan dalam tabel. Tentukan ekspektasi waktu penyelesaian proyek dan variannya serta tingkat probabilitas proyek akan dapat selesai paling lambat 28 minggu.

Aktivitas	$t_o$	$t_m$	$t_p$
1 – 2	5	8	17
1 – 3	7	10	13
2 – 3	3	5	7
2 – 4	1	3	5
3 – 4	4	6	8
3 – 5	3	3	3
4 – 5	3	4	5



Proses penyelesaian dengan menggunakan aplikasi POM for Window

- 1) Setelah mengisi data set, isikan data tabel dengan pilihan metode **Triple time estimate**.

	Start node	End node	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time
Task 1	1	2	5	8	17
Task 2	1	3	7	10	13
Task 3	2	3	3	5	7
Task 4	2	4	1	3	5
Task 5	3	4	4	6	8
Task 6	3	5	3	3	3
Task 7	4	5	3	4	5

- 2) Setelah itu, klik **Solve**

- 3) Ada 3 (tiga) tampilan hasil penyelesaian terdiri dari:
  - 1 Project Management (PERT/CPM) Result

	Start node	End node	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project			24						2,24
Task 1	1	2	9	0	9	0	9	0	2
Task 2	1	3	10	0	10	4	14	4	1
Task 3	2	3	5	9	14	9	14	0	,67
Task 4	2	4	3	9	12	17	20	8	,67
Task 5	3	4	6	14	20	14	20	0	,67
Task 6	3	5	3	14	17	21	24	7	0
Task 7	4	5	4	20	24	20	24	0	,33



2 Task time computations

(untitled) Solution								
	Start node	End node	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time	Activity time	Standard Deviation	Variance
Task 1	1	2	5	8	17	9	2	4
Task 2	1	3	7	10	13	10	1	1
Task 3	2	3	3	5	7	5	,67	,44
Task 4	2	4	1	3	5	3	,67	,44
Task 5	3	4	4	6	8	6	,67	,44
Task 6	3	5	3	3	3	3	0	0
Task 7	4	5	3	4	5	4	,33	,11
Project results								
Total of critical Activities								5
Square root of total							2,24	

Simpulan: Durasi proyek 24 minggu dengan lintasan kritis task 1, task 3, task 5, dan task 6. Dengan varian proyek 5 minggu dan standar deviasi 2,24 maka probabilitas paling lambat diselesaikan 28 minggu adalah

$$Z_T = (28 - 24)/2,24 = 1,79$$

sehingga probabilitasnya adalah

$$P(X \leq 28) = P(Z \leq 1,79) = 0,5 + 0,4633 = 0,9633$$

2. Critical Path Method (CPM)

Berikut ini diberikan data tentang suatu proyek, tentukan:

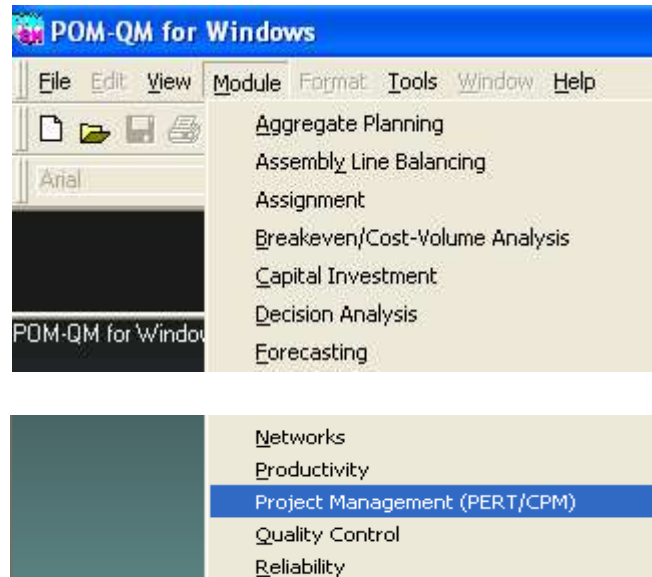
- Waktu dan biaya normal proyek!
- Bila penyelesaian proyek ingin dipercepat menjadi 28 satuan waktu, berapa biaya proyeknya dan aktivitas mana saja yang harus dipercepat?

Aktivitas	Waktu normal	Waktu Crash	Biaya Normal	Biaya Crash	Biaya Crah per satuan waktu
1 – 2	16	8	2000	4400	300
1 – 3	14	9	1000	1800	160
2 – 4	8	6	500	700	100
2 – 5	5	4	600	1300	700
3 – 5	4	2	1500	3000	750
3 – 6	6	4	800	1600	400
4 – 6	10	7	3000	3900	300
5 – 6	15	10	5000	8000	600



Proses Penyelesaian dengan bantuan Aplikasi POM for Windows

f. Klik **Module > Project Management (PERT/CPM)**

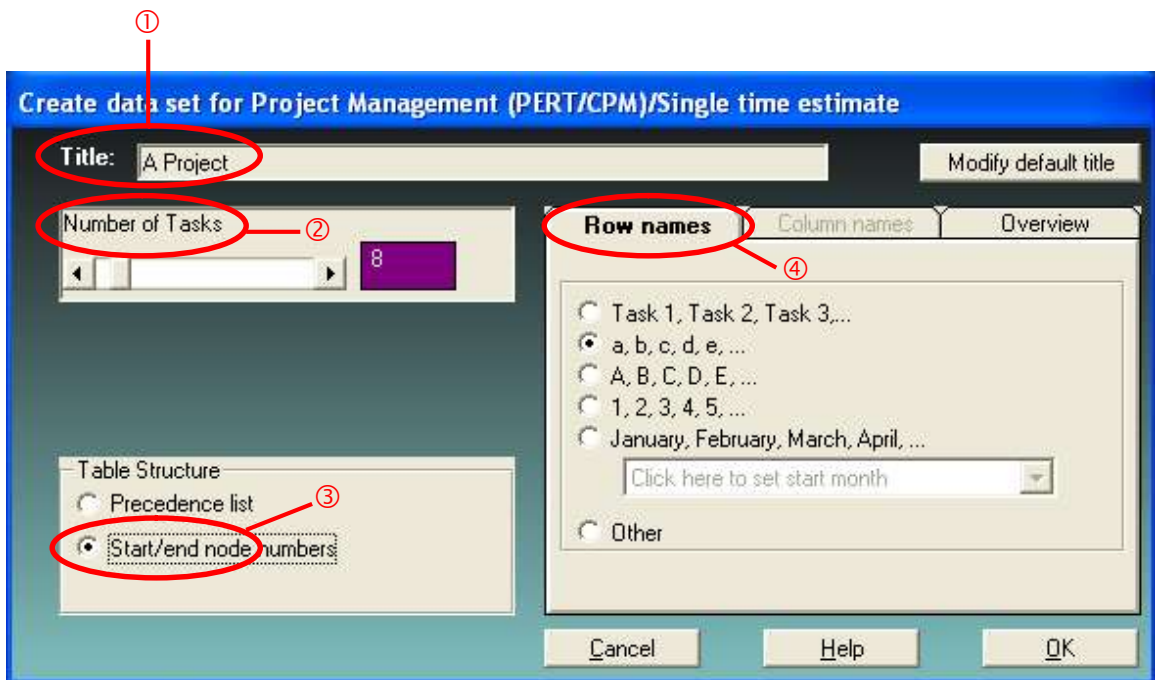


g. Klik **New**, maka akan tampak tampilan sebagai berikut.



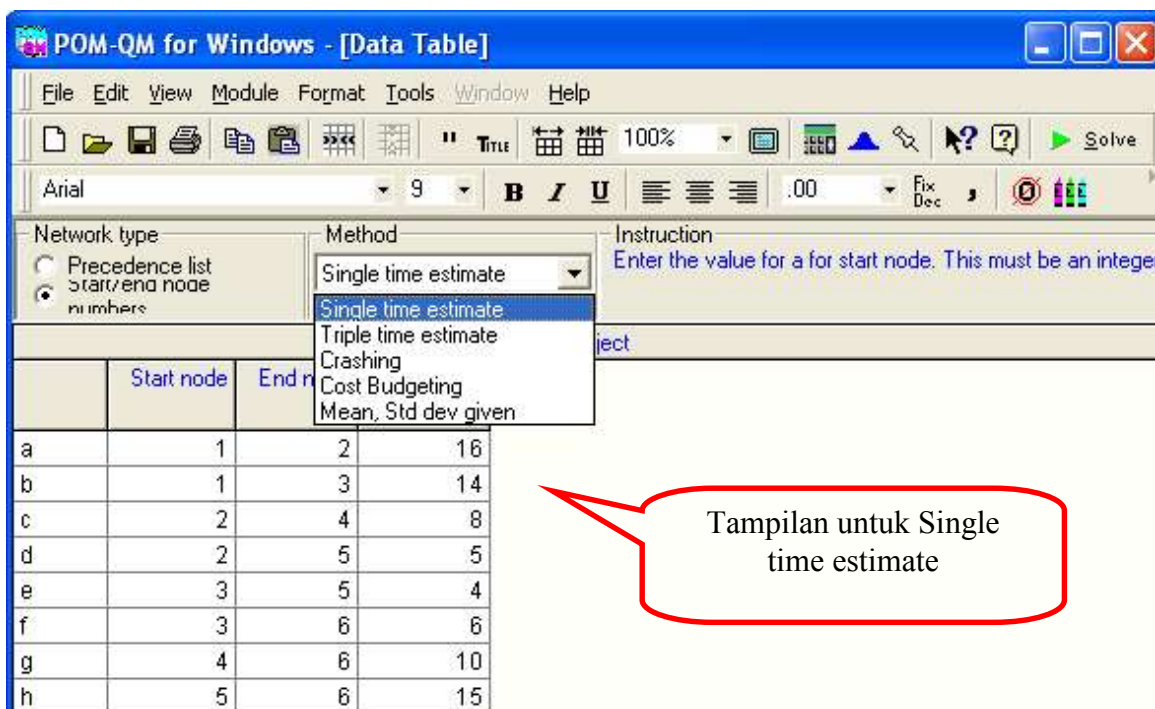
h. Isikan data set model Management Project yang akan dicari solusinya, yang terdiri dari:





- ① Nama masalah : A Project
  - ② Jumlah tugas : 8
  - ③ Struktur tabel : Activity on Node (Precedence list atau Start/end node numbers)
  - ④ Nama tugas : (optional)
- Setelah selesai pengisian data set, klik OK

i. Selanjutnya, isikan nilai setiap data pada lembar kerja Management Project hasil pengisian data set dan pilih metode yang akan digunakan pada bagian **Method**.



The screenshot shows the 'POM-QM for Windows - [Data Table]' interface. The 'Method' dropdown is set to 'Cost Budgeting'. The data table is as follows:

	Start node	End node	Activity time	Normal Cost
a	1	2	16	2000
b	1	3	14	1000
c	2	4	8	500
d	2	5	5	600
e	3	5	4	1500
f	3	6	6	800
g	4	6	10	3000
h	5	6	15	5000

Setelah pengisian data dan pemilihan metode selesai, klik **Solve**

- j. Solusi model Management Project (dalam hal ini adalah solusi optimal) akan langsung ditampilkan seperti berikut:

The screenshot shows the 'Project Management (PERT/CPM)' results window. The data table is as follows:

	Start node	End node	Activity time	Activity Cost	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
a	1	2	16	2000	0	16	0	16	0
b	1	3	14	1000	0	14	3	17	3
c	2	4	8	500	16	24	18	26	2
d	2	5	5	600	16	21	16	21	0
e	3	5	4	1500	14	18	17	21	3
f	3	6	6	800	14	20	30	36	16
g	4	6	10	3000	24	34	26	36	2
h	5	6	15	5000	21	36	21	36	0



Ada 4 (empat) tampilan solusi yang dapat diakses melalui menu Window, yaitu:

1 Project Management (PERT/CPM) Result yang menunjukkan waktu penyelesaian proyek

A Project Solution									
	Start node	End node	Activity time	Activity Cost	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
a	1	2	16	2000	0	16	0	16	0
b	1	3	14	1000	0	14	3	17	3
c	2	4	8	500	16	24	18	26	2
d	2	5	5	600	16	21	16	21	0
e	3	5	4	1500	14	18	17	21	3
f	3	6	6	800	14	20	30	36	16
g	4	6	10	3000	24	34	26	36	2
h	5	6	15	5000	21	36	21	36	0

2 Early Start Budget yang menunjukkan biaya proyek dari mulai awal

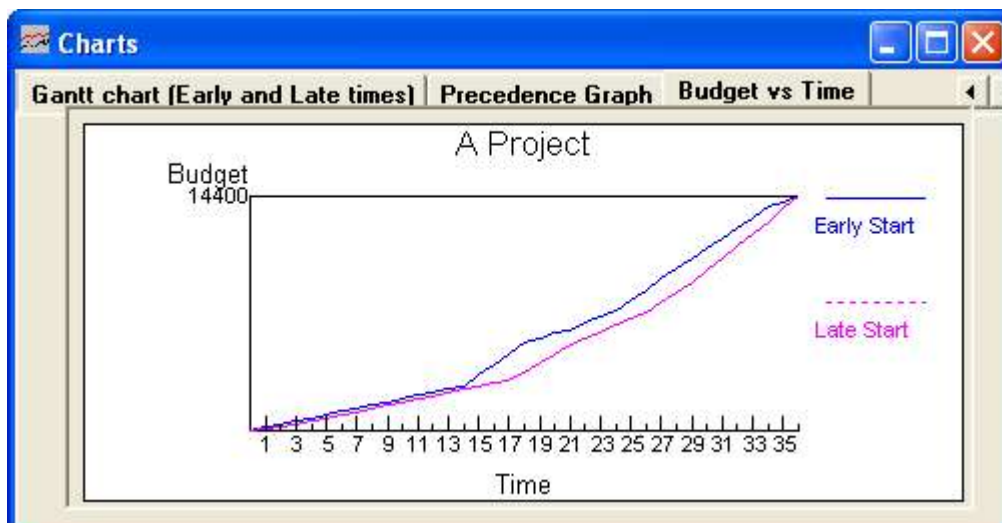
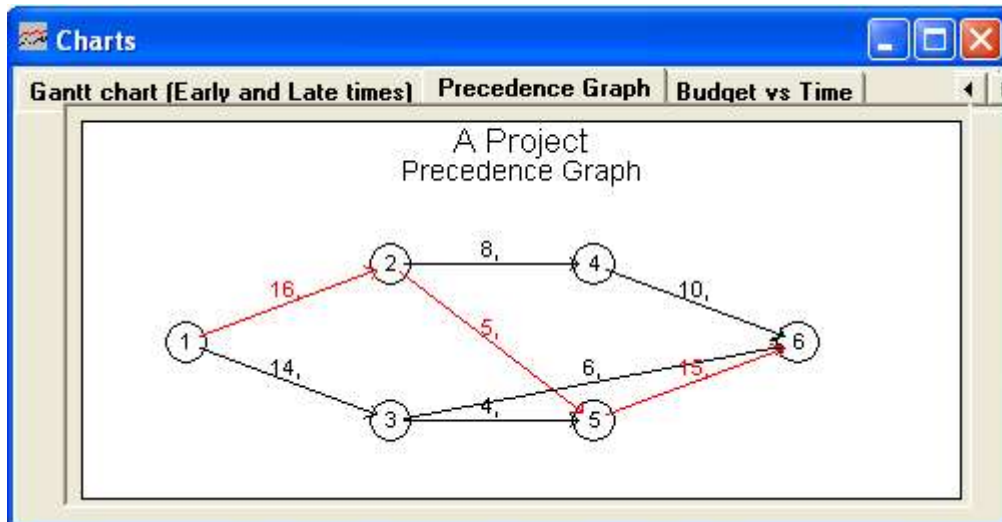
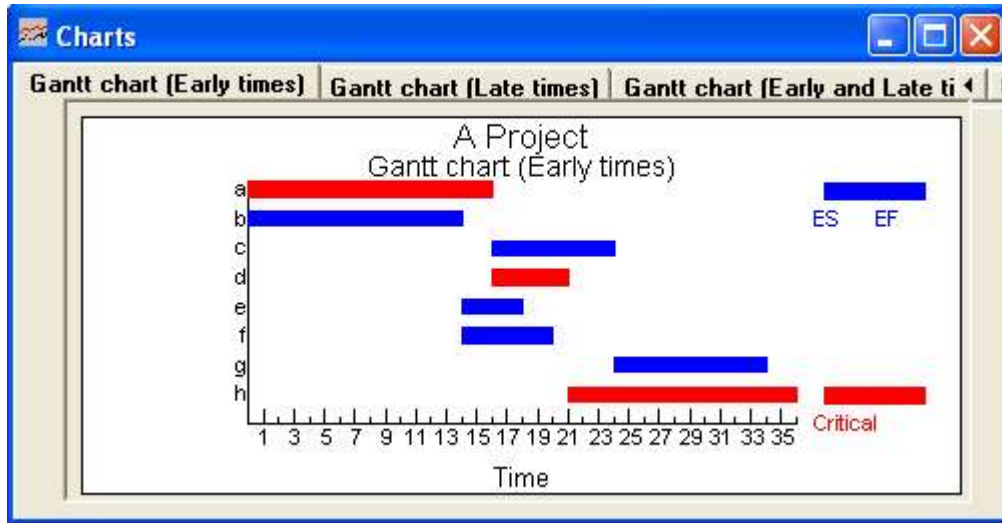
	Period 1	Period 2	Period 34	Period 35	Period 36
a	125	125			
b	71,43	71,43	7		
c					
d					
e					
f					
g			300		
h			333,33	333,33	333,33
Total in Period	196,43	196,43	19633,33	333,33	333,33
Cumulative from start	196,43	392,86	56733,33	14066,66	14400

3 Late Start Budget yang menunjukkan biaya proyek dari mulai akhir

A Project						
	Period 1	Period 2	Period 3	Period 34	Period 35	Period 36
a	125	125	125			
b						
c						
d						
e						
f				133,33	133,33	133,33
g				300	300	300
h				333,33	333,33	333,33
Total in Period	125	125	125	766,67	766,67	766,67
Cumulative from start	125	250	375	2866,67	13633,33	14400



4 Chart terdiri dari Gantt chart, Precedence chart, dan Budget vs Time





Simpulan: Waktu penyelesaian proyek selama 36 periode/satuan waktu dengan biaya proyek sebesar 14400 satuan mata uang.

k. Penyelesaian dengan **crashing**

Kembali ke menu **Edit**, kemudian pilih metode **Crashing**

The screenshot shows the POM-QM for Windows interface. The 'Edit Data' button in the top right corner is circled in red. Below it, the 'Project Management (PERT/CPM) Results' window is open, displaying a table titled 'A Project Solution' with the following data:

	Start node	End node	Activity time	Activity Cost	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
Project			36						
a	1	2	16	2000	0	16	0	16	0
b	1	3	14	1000	0	14	3	17	3
c	2	4	8	500	16	24	18	26	2
d	2	5	5	600	16	21	16	21	0
e	3	5	4	1500	14	18	17	21	3
f	3	6	6	800	14	20	30	36	16
g	4	6	10	3000	24	34	26	36	2
h	5	6	15	5000	21	36	21	36	0

The screenshot shows the POM-QM for Windows interface with the 'Crashing' method selected in the 'Method' dropdown. Below it, the 'Data Table' window is open, displaying a table with the following data:

	Start node	End node	Activity time	Crash time	Activity Cost	Crash Cost
a	1	2	16	8	2000	4400
b	1	3	14	9	1000	1800
c	2	4	8	6	500	700
d	2	5	5	4	600	1300
e	3	5	4	2	1500	3000
f	3	6	6	4	800	1600
g	4	6	10	7	3000	3900
h	5	6	15	10	5000	8000



Lalu, isikan data crash time dan crash cost.  
Setelah selesai klik **Solve**

1. Solusi model Management Project (dalam hal ini adalah solusi optimal) akan langsung ditampilkan seperti berikut:

Ada 2 (dua) tampilan solusi optimal yaitu

1 Project Managemen (PERT/CPM) Result

A Project Solution									
	Start node	End node	Normal time	Crash time	Normal Cost	Crash Cost	Crash cost/pd	Crash by	Crashing cost
Project			36	22					
a	1	2	16	8	2000	4400	300	8	2400
b	1	3	14	9	1000	1800	160	5	800
c	2	4	8	6	500	700	100	2	200
d	2	5	5	4	600	1300	700	1	700
e	3	5	4	2	1500	3000	750	1	750
f	3	6	6	4	800	1600	400	0	0
g	4	6	10	7	3000	3900	300	2	600
h	5	6	15	10	5000	8000	600	5	3000
TOTALS					14400				8450

2 Crash schedule

A Project Solution										
Project time	Period cost	Cumulative cost	a	b	c	d	e	f	g	h
36	0	0								
35	300	300	1							
34	300	600	2							
33	300	900	3							
32	460	1360	4	1						
31	460	1820	5	2						
30	460	2280	6	3						
29	460	2740	7	4						
28	460	3200	8	5						
27	600	3800	8	5						1
26	600	4400	8	5						2
25	700	5100	8	5	1					3
24	700	5800	8	5	2					4
23	900	6700	8	5	2				1	5
22	1750	8450	8	5	2	1	1		2	5

Simpulan: Proyek dapat dipercepat menjadi 28 periode/satuan waktu dengan mempercepat aktivitas a (8) dan aktivitas b (5), sehingga biaya keseluruhan adalah  $14400 + (8 \times 300) + (5 \times 160) = 17600$  satuan mata uang.



*Supported by:*

***QM for Windows***